

Corrigé et barème – La forme de la Terre

Méthode d'Ératosthène, calcul du méridien, triangulation (Delambre et Méchain), longueur d'un arc, latitude et longitude, plus court chemin sur la sphère (programme d'enseignement scientifique de 1re)

Durée : 120 min – Sans document – Sur 20 points · 1^{re}

Exercice 1 – Mesurer la Terre depuis deux stations

(4 pts)

- a) $\alpha = 23,3^\circ - 12,9^\circ = 10,4^\circ$. Rayons parallèles (Soleil très éloigné) ; les verticales passent par le centre O ; par angles correspondants, $\widehat{AOB} = 23,3^\circ - 12,9^\circ = \alpha$. (1)
- b) Proportionnalité arc-angle : $C = \frac{360 \times 1157}{10,4} \approx 40\,050$ km. (1)
- c) $R = \frac{C}{2\pi} = \frac{40\,050}{2\pi} \approx 6\,374$ km. (1)
- d) $C' = \frac{360 \times 1157}{10,6} \approx 39\,294$ km, soit environ 1,9 % de moins : une erreur de $0,2^\circ$ sur $10,4^\circ$ (1,9 %) se reporte entièrement sur C. (1)

Erreur fréquente — C'est l'écart des deux angles, et non l'un d'eux, qui est l'angle au centre.

Exercice 2 – Coordonnées et longueurs d'arcs

(4 pts)

- a) M est à l'ouest, N à l'est de Greenwich : $\Delta\lambda = 6^\circ + 19^\circ = 25^\circ$. (1)
- b) $r = R \cos 54^\circ = 6\,371 \times 0,5878 \approx 3\,744,8$ km. (1)
- c) $L = 2\pi \times 3\,744,8 \times \frac{25}{360} \approx 1\,634$ km. (1)
- d) M et P ont la même longitude ; de part et d'autre de l'équateur : $\Delta\varphi = 54^\circ + 19^\circ = 73^\circ$, $L = 2\pi \times 6\,371 \times \frac{73}{360} \approx 8\,117$ km. (1)

À retenir — Arc de parallèle : rayon $R \cos \varphi$; arc de méridien : rayon R ; écarts additionnés de part et d'autre de Greenwich ou de l'équateur.

Exercice 3 – Triangulation en chaîne

(4 pts)

- a) $\widehat{ACB} = 180^\circ - 66^\circ - 52^\circ = 62^\circ$. (1)
- b) AC est opposé à l'angle en B : $AC = \frac{9,75 \times \sin 52^\circ}{\sin 62^\circ} \approx 8,70$ km. (1)
- c) $\widehat{ADC} = 180^\circ - 59^\circ - 77^\circ = 44^\circ$; CD est opposé à l'angle en A et AC à l'angle en D : $CD = \frac{8,70 \times \sin 59^\circ}{\sin 44^\circ} \approx 10,74$ km. (1)
- d) Des triangles de mêmes angles peuvent avoir des tailles différentes (triangles semblables) : la relation des sinus donne seulement des rapports ; il faut au moins une longueur mesurée, la base. (1)

Le point clé — Chaque côté s'associe à l'angle qui lui est opposé, et le côté calculé devient la base du triangle suivant.

Exercice 4 – Suivre le parallèle ou passer par le pôle**(4 pts)**

- a) $\Delta\lambda = 45^\circ + 135^\circ = 180^\circ$: méridiens opposés, qui forment ensemble un cercle passant par les pôles, dont le plan contient le centre O : un grand cercle. (1)
- b) Demi-parallèle : $\pi \times 6\,371 \times \cos 65^\circ \approx \pi \times 2\,692,5 \approx 8\,459$ km. (1)
- c) $\theta = 2 \times (90^\circ - 65^\circ) = 50^\circ$, $L = 2\pi \times 6\,371 \times \frac{50}{360} \approx 5\,560$ km ; gain $\approx 2\,899$ km, soit $\frac{2\,899}{8\,459} \approx 34\%$. (1)
- d) Garder un cap constant vers l'est n'est pas suivre une « ligne droite » sur la sphère : hors de l'équateur, le parallèle n'est pas un grand cercle, et seul l'arc de grand cercle réalise le plus court chemin. (1)

Attention — Cap constant et plus court chemin ne coïncident que sur l'équateur et le long des méridiens.

Exercice 5 – Du mètre au mille nautique**(4 pts)**

- a) Le mètre est la dix-millionième partie du quart de méridien : quart = 10^7 m = 10 000 km, donc méridien complet = 40 000 km. (1)
- b) $\frac{40\,008 - 40\,000}{40\,008} \approx 0,0002$, soit 0,02 % : la mesure de Delambre et Méchain était remarquablement précise. (1)
- c) $46^\circ 10' - 43^\circ 25' = 2^\circ 45' = 165'$: 165 milles, soit $165 \times 1,852 \approx 305,6$ km. (1)
- d) $v = \frac{165}{11} = 15$ nœuds. (1)

Repère — Une minute d'arc de méridien vaut un mille (1 852 m), un degré vaut environ 111 km.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).